

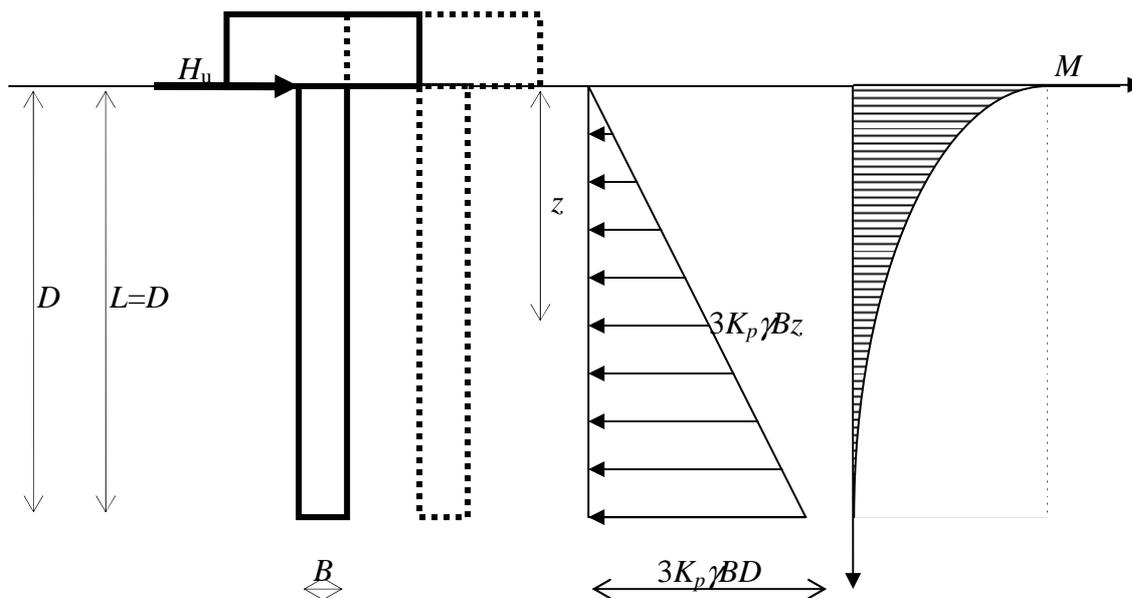
- 15.1 Terreno incoerente. Palo vincolato. Schema di Broms. Plinto sul piano campagna
  - 15.1.1 Meccanismo di palo rigido o corto
  - 15.1.2 Meccanismo di palo intermedio. L'approssimazione di Broms
  - 15.1.3 Meccanismo di palo lungo
- 15.2 Terreno incoerente. Palo libero di ruotare
  - 15.2.1 Meccanismo di palo corto
  - 15.2.2 Meccanismo di palo lungo

### 15.1 Terreno incoerente. Palo vincolato. Schema di Broms. Plinto sul piano campagna

Nel caso di un terreno incoerente (sabbia o argilla normal consolidata drenata) avente peso dell'unità di volume  $\gamma$  (in falda  $\gamma'$ ) ed angolo di attrito  $\varphi$  ( $\varphi'$ ), si assume con Broms che la reazione del terreno sul palo per unità di lunghezza del palo in condizioni di rottura sia proporzionale alla profondità  $z$ , avendo valore  $3K_p\gamma Bz$  (con  $K_p$  coefficiente di spinta passiva). Con questa legge di distribuzione delle reazioni sul palo la trattazione risulta molto più semplice nel caso (ipotetico) di plinto a piano campagna, che è lo schema trattato da Broms. Di seguito si procede secondo questa ipotesi, esaminando dapprima il problema del collasso nella maniera classica, ovvero secondo il DM 11-03-88, ed introducendo in un secondo momento le modifiche necessarie per effettuare la verifica allo SLU secondo NTC..

#### 15.1.1 Meccanismo di palo rigido o corto

Come nel caso dell'argilla non drenata si parte ancora dall'ipotesi di palo rigido o corto. Al cinematisimo di traslazione orizzontale corrisponde la reazione indicata in Fig. 15.1, con il valore  $3K_p\gamma BD$  alla base.



**Fig. 15.1** Palo impedito di ruotare in terreno incoerente, collasso per palo corto

L'equilibrio alla traslazione orizzontale

$$H_u^{RS} - 3K_p \gamma B \frac{L^2}{2} = 0 \quad (15.1.1.1)$$

fornisce il carico di collasso  $H_u^{RS}$  di palo corto, mentre quello alla rotazione dà il momento max  $M_{\max}^{RS}$

$$M_{\max}^{RS} = H_u^{RS} \frac{2}{3} L \quad (15.1.1.2)$$

e quindi

$$M_{\max}^{RS} = 3K_p \gamma B \frac{L^2}{2} \frac{2}{3} L = K_p \gamma B L^3 \quad (15.1.1.3)$$

Se

$$M_{\max} > M_u \quad (15.1.1.4)$$

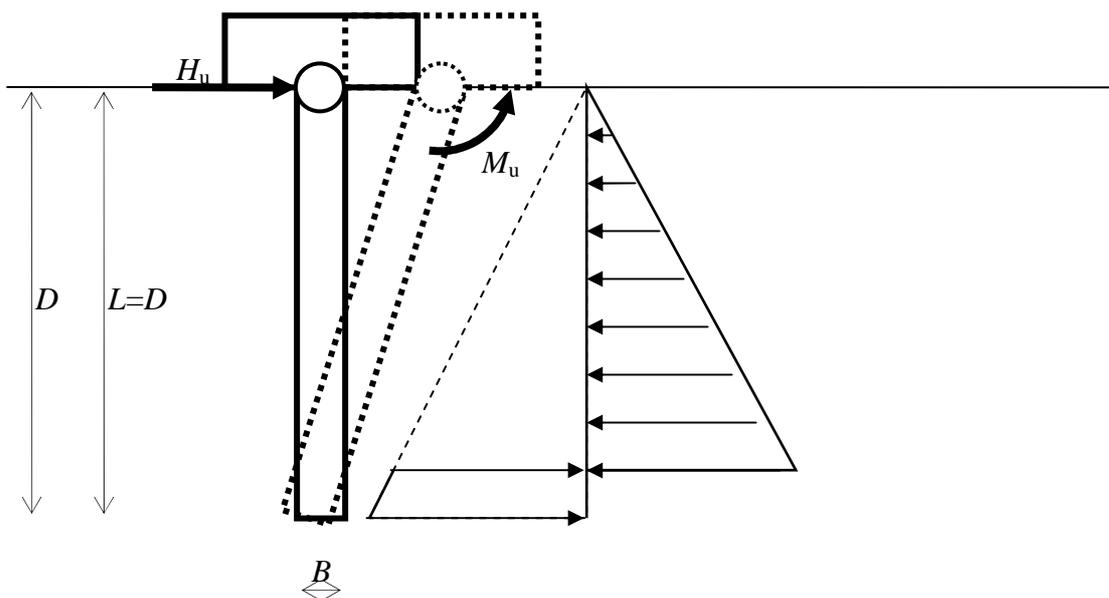
il carico  $H_u^{RS}$  è solo un limite superiore per  $H_u^R$  (teorema cinematico), ed occorre passare al meccanismo di palo intermedio. In caso contrario è soddisfatta anche l'ammissibilità statica, e quindi il teorema statico, e la (15.1.1.1) fornisce l'effettivo carico di collasso, con il palo che è di tipo corto o rigido.

Scrivendo la relazione (15.1.1.4) col simbolo di uguaglianza si ricava l'espressione della lunghezza critica di palo corto  $L_c^{RS}$

$$L_c^{RS} = \sqrt[3]{\frac{M_u}{K_p \gamma B}} \quad (15.1.1.5)$$

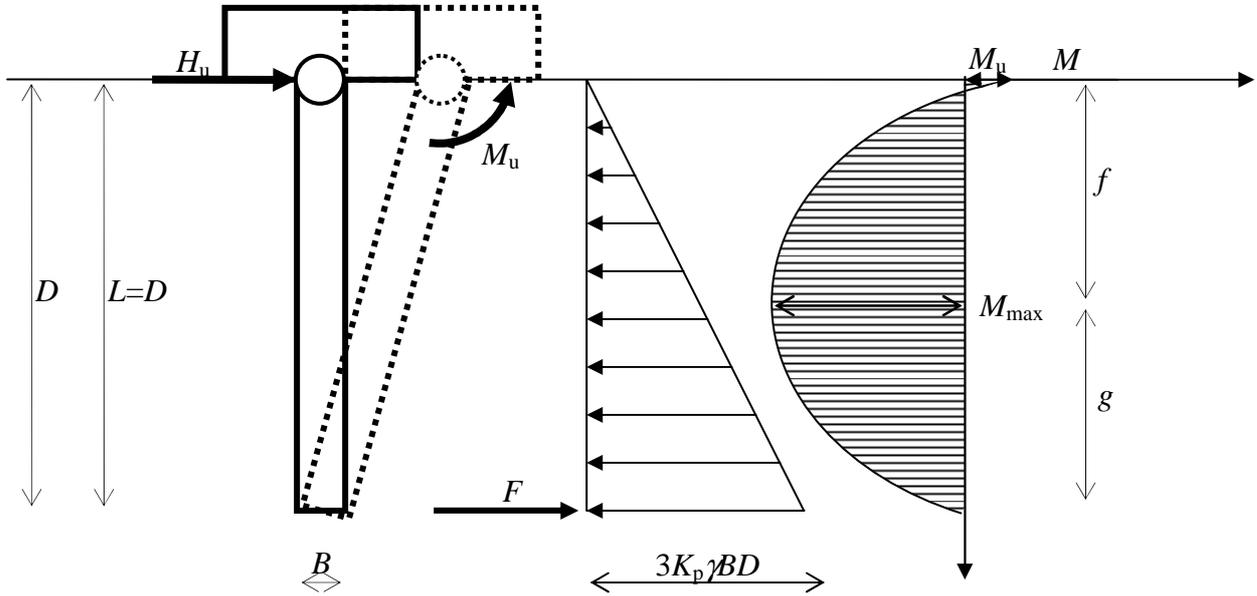
### 15.1.2 Meccanismo di palo intermedio. L'approssimazione di Broms

Con la formazione della cerniera plastica con momento  $M_u$  in testa al palo il meccanismo di collasso consiste in una rotazione attorno ad un punto in prossimità della base, con il diagramma intrecciato di reazione del terreno indicato in Fig. 15.2.



**Fig. 15.2** Palo impedito di ruotare in terreno incoerente, cinematico di palo intermedio

Broms ha adottato lo schema semplificato di Fig. 15.3, con la rotazione attorno alla punta del palo, e la forza concentrata  $F$  alla base, necessaria per il ripristino dell'equilibrio.



**Fig. 15.3** Approssimazione di Broms per palo intermedio. Rotazione attorno alla base e forza concentrata  $F$

In questo caso il carico di collasso  $H_u^{RI}$  è dato semplicemente dall'equilibrio alla rotazione attorno alla base

$$H_u^{RI} L - M_u - 3K_p \gamma B \frac{L^2}{2} \frac{L}{3} = 0 \quad (15.1.2.1)$$

da cui

$$H_u^{RI} = K_p \gamma B \frac{L^2}{2} + \frac{M_u}{L} \quad (15.1.2.2)$$

Il momento max  $M_{max}^{RI}$  si verifica alla quota  $f^{RI}$  di taglio nullo, che è data dalla condizione di equilibrio alla traslazione del relativo tratto di palo

$$H_u^{RI} - 3K_p \gamma B \frac{f^{RI 2}}{2} = 0 \quad (15.1.2.3)$$

da cui

$$f^{RI} = \sqrt{\frac{2H_u^{RI}}{3K_p \gamma B}} = \sqrt{\frac{L^2}{3} + \frac{2M_u}{3K_p \gamma BL}} \quad (15.1.2.4)$$

con il momento

$$M_{max}^{RI} = H_u^{RI} \frac{2}{3} f^{RI} - M_u = \left( K_p \gamma B \frac{L^2}{2} + \frac{M_u}{L} \right) \frac{2}{3} \sqrt{\frac{L^2}{3} + \frac{2M_u}{3K_p \gamma BL}} - M_u \quad (15.1.2.5)$$

relazione che si può anche riscrivere

$$M_{max}^{RI} = \frac{3}{2} K_p \gamma B \left( \frac{L^2}{3} + \frac{2M_u}{3K_p \gamma BL} \right) \frac{2}{3} \sqrt{\frac{L^2}{3} + \frac{2M_u}{3K_p \gamma BL}} - M_u = K_p \gamma B \left( \frac{L^2}{3} + \frac{2M_u}{3K_p \gamma BL} \right)^{\frac{3}{2}} - M_u \quad (15.1.2.6)$$

equivalente alla scrittura

$$M_{\max}^{RI} = K_p \gamma \mathcal{B} f^{RI3} - M_u \quad (15.1.2.7)$$

direttamente deducibile dalla prima espressione con la sostituzione

$$H_u^{RI} = \frac{3}{2} K_p \gamma \mathcal{B} f^{RI2} \quad (15.1.2.8)$$

Se

$$M_{\max}^{RI} > M_u \quad (15.1.2.9)$$

il carico  $H_u^{RI}$  è solo un limite superiore per  $H_u^R$  (teorema cinematico), ed occorre passare al meccanismo di palo lungo, altrimenti risulta soddisfatto anche il teorema del limite inferiore ed il palo è effettivamente intermedio, con il carico di collasso dato dalla (15.1.2.2).

Per determinare la lunghezza critica  $L_c^{RI}$  occorre scrivere prima la condizione per  $f_c^{RI}$

$$f_c^{RI} = \sqrt[3]{\frac{2M_u}{K_p \gamma \mathcal{B}}} \quad (15.1.2.10)$$

e poi determinare  $g_c^{RI}$  mediante l'equilibrio alla rotazione del tronco inferiore, che fornisce la cubica

$$3K_p \gamma \mathcal{B} \frac{g_c^{RI2}}{6} [2f_c^{RI} + (f_c^{RI} + g_c^{RI})] - M_u = 0 \quad (15.1.2.11)$$

### 15.1.3 Meccanismo di palo lungo

Introducendo la seconda cerniera plastica alla profondità incognita  $f$  (certamente minore di quella determinata in precedenza nell'ipotesi di palo intermedio), si ha il meccanismo di palo lungo (Fig. 15.4), che costituisce a questo punto l'effettivo meccanismo di collasso.

La reazione del terreno è nota nel solo tratto impegnato dal meccanismo di collasso, compreso tra le due cerniere plastiche, avendo la solita legge lineare, con valore  $3K_p \gamma \mathcal{B} f$  alla quota  $f$  della seconda cerniera. Al di sotto la reazione è indeterminata, dovendo solo soddisfare ai requisiti dell'equilibrio di momento pari ad  $M_u$  e taglio nullo in corrispondenza della cerniera.

Le condizioni di equilibrio del tronco superiore si scrivono

$$H_u^{RL} - 3K_p \gamma \mathcal{B} \frac{f^2}{2} = 0 \quad (15.1.3.1)$$

$$H_u^{RL} \frac{2}{3} f - 2M_u = 0 \quad (15.1.3.2)$$

e sostituendo nella prima l'espressione di  $f$  ricavata dalla seconda

$$f = \frac{3M_u}{H_u^{RL}} \quad (15.1.3.3)$$

si ha

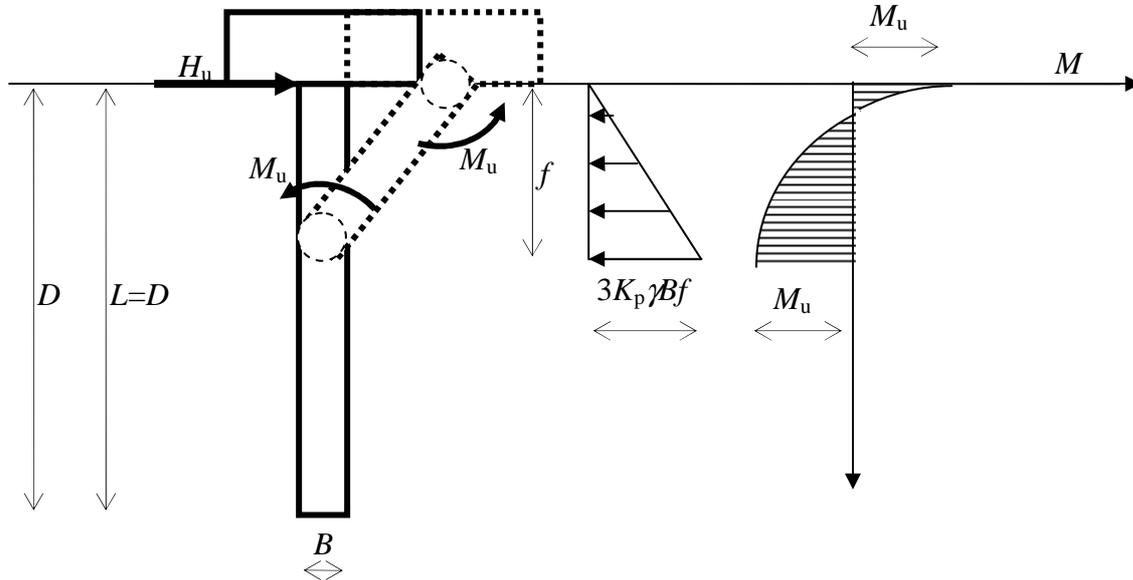
$$H_u^{RL} = 3K_p \gamma \mathcal{B} \frac{9M_u^2}{2H_u^{RL2}} \quad (15.1.3.4)$$

da cui il carico di collasso

$$H_u^{RL} = 3\sqrt[3]{\frac{1}{2} K_p \gamma \mathcal{B} M_u^2} \quad (15.1.3.5)$$

e quindi il valore di  $f$

$$f = \frac{M_u}{\sqrt[3]{\frac{1}{2}K_p \gamma B M_u^2}} = \sqrt[3]{\frac{2M_u}{K_p \gamma B}} \quad (15.1.3.6)$$



**Fig. 15.4** Palo impedito di ruotare in terreno incoerente. Palo lungo

## 15.2 Terreno incoerente. Palo libero di ruotare

Si considera ancora lo schema di palo di lunghezza  $L = D$ , con un momento in testa (piano campagna) pari a  $H_u e$ , con  $e$  eccentricità del carico nello schema reale.

### 15.2.1 Meccanismo di palo corto

Assumendo ancora con Broms rotazione attorno alla punta con reazione alla base pari alla forza concentrata  $F$  (Fig. 15.5), il carico di collasso  $H_u^{FS}$  è dato dall'equilibrio alla rotazione attorno alla base

$$H_u^{FS} L + H_u^{FS} e - 3K_p \gamma B \frac{L^2}{2} \frac{L}{3} = 0 \quad (15.2.1.1)$$

da cui

$$H_u^{FS} = K_p \gamma B \frac{L^3}{2(L+e)} \quad (15.2.1.2)$$

Il momento max  $M_{\max}^{FS}$  si verifica alla quota  $f$  di taglio nullo, che è data dalla condizione di equilibrio alla traslazione del relativo tratto di palo

$$H_u^{FS} - 3K_p \gamma B \frac{f^2}{2} = 0 \quad (15.2.1.3)$$

da cui

$$f = \sqrt{\frac{2H_u^{FS}}{3K_p\gamma B}} = \sqrt{\frac{L^3}{3(L+e)}} = L\sqrt{\frac{L}{3(L+e)}} \quad (15.2.1.4)$$

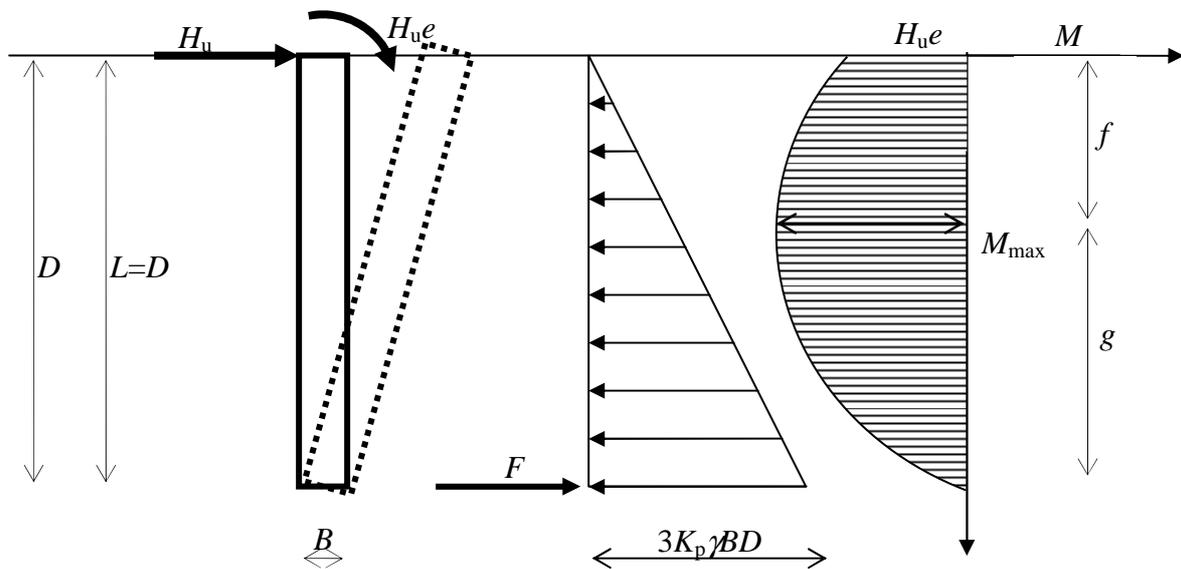
con il momento

$$M_{\max}^{FS} = H_u^{FS} \left( \frac{2}{3}f + e \right) = K_p\gamma B \frac{L^3}{2(L+e)} \left[ \frac{2}{3}L\sqrt{\frac{L}{3(L+e)}} + e \right] \quad (15.2.1.5)$$

Se

$$M_{\max}^{FS} > M_u \quad (15.2.1.6)$$

il carico  $H_u^{FS}$  è solo un limite superiore per  $H_u^F$  (teorema cinematico), ed occorre passare al meccanismo di palo lungo, altrimenti il palo è corto con il carico di collasso dato dalla (15.2.1.2).



**Fig. 15.5** Palo libero corto. Rotazione attorno alla base e forza concentrata  $F$  secondo l'approssimazione di Broms

### 15.2.2 Meccanismo di palo lungo

Introducendo la cerniera plastica alla quota  $f$ , Fig. 15.6, le condizioni di equilibrio del tronco superiore si scrivono

$$H_u^{FL} - 3K_p\gamma B \frac{f^2}{2} = 0 \quad (15.2.2.1)$$

$$H_u^{FL} \left( e + \frac{2}{3}f \right) - M_u = 0 \quad (15.2.2.2)$$

ed eliminando  $H_u^{FL}$

$$3K_p\gamma B \frac{f^2}{2} \left( e + \frac{2}{3}f \right) - M_u = 0 \quad (15.2.2.3)$$

che si riscrive

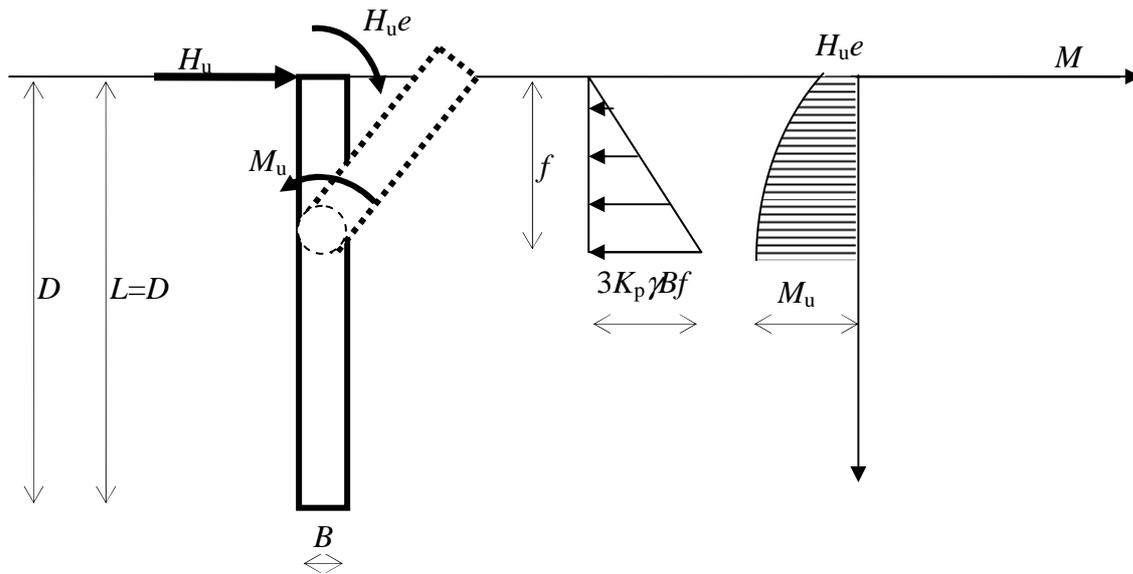
$$\frac{f^3}{3} + \frac{f^2}{2}e - \frac{M_u}{3K_p\gamma B} = 0 \quad (15.2.2.4)$$

o anche

$$f^3 + f^2 \frac{3}{2} e - \frac{M_u}{3K_p \gamma B} = 0 \quad (15.2.2.5)$$

La soluzione della cubica, con il metodo diretto o con quello di Newton-Raphson, fornisce il valore di  $f$ , da cui il carico di collasso

$$H_u^{FL} = 3K_p \gamma B \frac{f^2}{2} \quad (15.2.2.6)$$



**Fig. 15.6** Palo libero di ruotare in terreno incoerente. Palo lungo